

Fonctions et expressions algébriques

I- Objectifs du chapitre

- Tracer, analyser une fonction
- Transformer des écritures : développer, factoriser ...
- Identités remarquables

II- cours

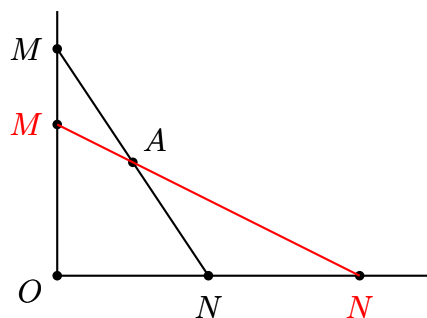
1) Fonctions

Définition 1

Une fonction met en relation deux grandeurs, dont l'une est appelée variable et l'autre image. Parfois, c'est une suite d'opérations appliquées à la variable. Si la variable est notée x et la fonction f , alors l'image sera notée $f(x)$.

Exemple :

- Sur un trajet, la vitesse d'un véhicule varie en fonction du temps. On notera $V(t)$ la vitesse en fonction du temps t .
- Dans l'exemple ci-dessous, un point M est mobile sur un axe et la droite qui passe par les points M et A coupe l'autre axe en N . Alors :
 - la position du point N varie en fonction de celle du point M . On pourra noter x la distance OM et $f(x)$ la distance ON .
 - l'aire du triangle OMN varie aussi en fonction de la position du point M . On pourra noter x la distance OM et $A(x)$ l'aire du triangle OMN .



Remarque :

Chaque valeur de la variable a une seule image. La réciproque n'est pas vraie.

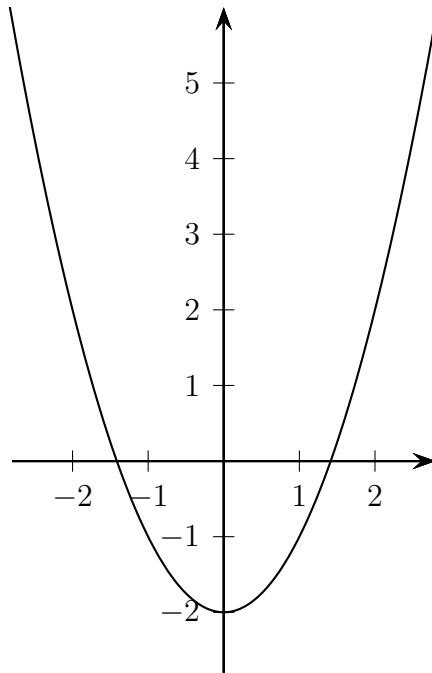
Représentation graphique

Propriété 2

Dans un repère, on place les points de coordonnées $(x; f(x))$. On obtient alors la représentation graphique de la fonction.

Remarque :

Lorsqu'on la regarde de gauche à droite, la représentation graphique d'une fonction ne fait jamais "demi-tour"



On a représenté la fonction $f : x \mapsto x^2 - 2$ pour x variant de -3 à 3.

2) Transformations d'écriture

Identités remarquables

Propriété 3

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Développer

Exemples :

1) Développer $(x - 1)(x + 2)$

$$(x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$$

2) Développer $(3x - 7)^2$

$$(3x - 7)^2 = 9x^2 - 42x + 49$$

3) Développer $(4x - 5)(4x + 5)$

$$(4x - 5)(4x + 5) = 16x^2 - 25$$

Factoriser

Exemples :

1) Factoriser $x^2 - 1$

$$x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$$

2) Factoriser $8x^2 - 4x$

$$8x^2 - 4x = 4x(2x - 1)$$

Réduire au même dénominateur

Exemple :

1) Écrire $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x-2}$ avec un seul dénominateur

$$\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3(x-2)}{(x+1)(x-2)} + \frac{1(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{3x-6}{(x+1)(x-2)} + \frac{x+1}{(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{3x-6+x+1}{(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{4x-5}{(x+1)(x-2)}$$

Écrire sans radical au dénominateur

Exemple :

1) Écrire $\frac{10}{5+\sqrt{2}}$ sans radical au dénominateur

$$\frac{10}{5+\sqrt{2}} = \frac{10(5-\sqrt{2})}{(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{50-10\sqrt{2}}{5^2-\sqrt{2}^2}$$

$$= \frac{50-10\sqrt{2}}{25-2}$$

$$= \frac{50-10\sqrt{2}}{23}$$