Proportions

I- Proportions

Rappels : Étude d'un exemple (type bac)

Depuis quelques mois, l'hôtel « Le Palace » dispose de deux offres « petit-déjeuner » : le buffet traditionnel et le buffet bio.

L'hôtel reçoit de la clientèle en voyage d'affaires, de la clientèle de tourisme en groupe et de la clientèle de tourisme en individuel.

La direction décide d'étudier les chiffres de ces deux derniers mois :

Sur les 15 200 petits déjeuners servis, 54 % étaient des petits déjeuners traditionnels.

La clientèle en voyage d'affaires représente 35 % des clients, et parmi eux, les trois cinquièmes ont choisi un petit déjeuner traditionnel.

La clientèle de tourisme en individuel représente 22 % des clients, et 75 % d'entre eux ont choisi le petit déjeuner bio.

1) Compléter le tableau donné ci-dessous à l'aide des données précédentes.

	Petit déjeuner traditionnel	Petit déjeuner bio	Total
Clientèle en voyage d'affaires	3 192	2 128	5 320
Clientèle de tourisme en groupes	4 180	2 356	6 536
Clientèle de tourisme en individuel	836	2 508	3 344
Total	8 208	6 992	15 200

2) Une fiche est créée pour chacun des 15 200 petits déjeuners servis, reprenant les renseignements ci-dessus.
   a. Calculer :

      La proportion de clients ayant pris un petit déjeuner bio

      La proportion de clients en voyage d'affaires

   b. Calculer la proportion de touristes ayant pris un petit déjeuner traditionnel ».
3) Parmi les clients ayant pris un petit déjeuner bio, quel pourcentage de clients sont en voyage d'affaires ? Arrondir le résultat au centième.

II- Évolutions

1) Calculer une évolution exprimée en pourcentages

Propriété 1

Si une quantité V_0 augmente (resp. diminue) de $t\%$, alors la quantité V_1 après cette évolution vaut

$$V_1 = V_0 \pm V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \times \left(1 \pm \frac{t}{100}\right)$$

Exemple :

Un produit à 150 €augmente de 5 %.

Après augmentation, le produit vaut alors $150 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 157,5$ *€.*

2) Exprimer en pourcentage une évolution

Propriété 2

Si une quantité passe d'une valeur V_0 à une valeur V_1, alors le pourcentage t d'évolution entre ces deux valeurs est :

$$t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

Remarque :

le résultat doit être multiplié par 100 pour obtenir un pourcentage.

Exemple :

Une population passe de 180 000 à 153 000.

Le pourcentage d'évolution de cette population est $t = \frac{153000 - 180000}{180000} = -0,15 = -15\%$

III- Évolutions successives

Définition 3 (Coefficient multiplicateur (c.m.))

Le coefficient $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ vu plus haut s'appelle le coefficient multiplicateur correspondant à une variation de t %.

Propriété 4

Si une quantité subit deux variations successives de coefficients multiplicateurs c_1 et c_2, alors le coefficient multiplicateur correspondant à l'évolution globale vaut

$$c = c_1 \times c_2$$

Exemple :

le nombre de clients d'un restaurant :

- *baisse une année de 4 % (coefficient multiplicateur :* $c_1 = \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 0,96$*)*
- *augmente l'année suivante de 6 %* ($c_2 = 1,06$)

Alors le coefficient multiplicateur correspondant à l'évolution sur ces deux années vaut $c = 0,96 \times 1,06 = 1,0176$*, soit une augmentation de 1,76 % sur deux ans.*

Remarques :

- *Les pourcentages d'évolution ne s'ajoutent pas !*
- *Deux évolutions successives de 40 % ne correspond pas à une évolution de 80 %*

- *Mais sur des petits pourcentages, la différence est négligeable : 4 évolutions de 1 % correspondent à peu près à une évolution de 4 %.*

IV- Évolution réciproque

Propriété 5

Si l'évolution d'une quantité d'une valeur v_0 à une valeur V_1 est de t %, alors le coefficient multiplicateur correspondant à l'évolution de V_1 à V_0 est de $\dfrac{100}{100+t}$ %.

Exemple :

Le CA (Chiffre d'Affaire) d'une entreprise est de 150 M d'euros, et 15 % supérieur l'année suivante. Alors le coefficient multiplicateur pour revenir au CA initial vaut $\dfrac{100}{100+15} \approx 0,87$, *soit une baisse de 13 % environ.*

V- Indice

Définition 6

Pour une évolution t %, le coefficient multiplicateur c vaut $1+\dfrac{t}{100}$. On appelle alors indice (noté I) le nombre :

- $I = c \times 100$
- ou $\quad I = 100 + t$