Suites

1) Suites arithmétiques

Définition 1

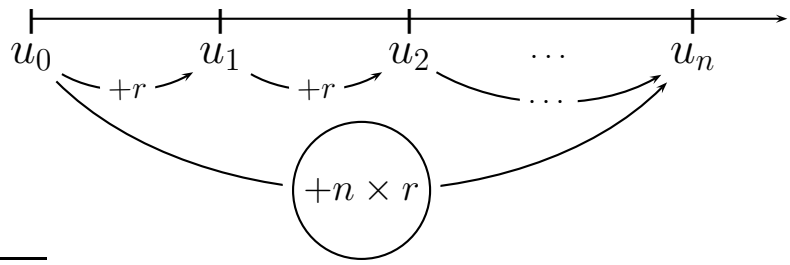
Soit r un nombre. La suite (u_n) est dite **arithmétique** de **raison** r lorsqu'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre r.

Propriété 2 (u_{n+1} en fonction de u_n)

Pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n + r$.

Remarque :

On passe d'un terme à son successeur en ajoutant la raison r :



Propriété 3 (u_n en fonction de n)

Soit une suite (u_n) arithmétique de raison r.
Pour tout entier naturel n,

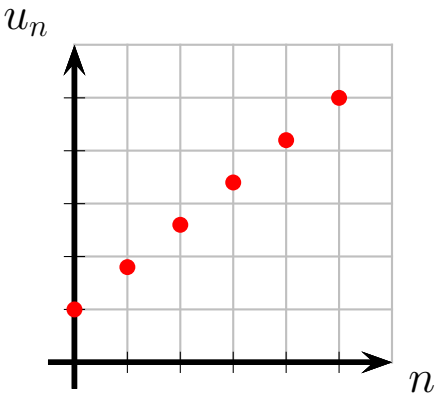
$$u_n = u_0 + n \times r$$

Exemple :

- *Suite arithmétique de terme initial $u_0 = 100$ et de raison 80 :*
  $\begin{cases} u_0 = 100 \\ u_{n+1} = u_n + 80 \end{cases}$ $\boxed{u_n = 80n + 100}$
- *Suite arithmétique de terme initial $u_0 = 50$ et de raison -3 :*
  $\begin{cases} u_0 = 50 \\ u_{n+1} = u_n - 3 \end{cases}$ $\boxed{u_n = -3n + 50}$

Propriété 4 (Représentation dans un graphique)

Les termes d'une suite arithmétique sont représentés dans un graphique par des points alignés, on parle de croissance linéaire.



2) Suites géométriques

Définition 5

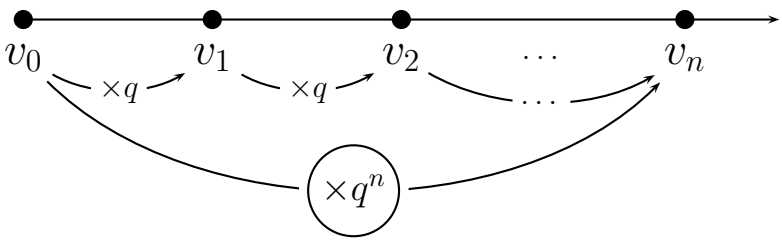
Soit q un nombre. La suite (v_n) est dite **géométrique** de **raison** q lorsqu'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre q.

Propriété 6 (v_{n+1} en fonction de v_n)

Pour tout entier n, $v_{n+1} = v_n \times q$.

Remarque :

On passe d'un terme à son successeur en multipliant par la raison q :



Propriété 7 (v_n en fonction de n)

Soit une suite (v_n) géométrique de raison q.
Pour tout entier naturel n,

$$v_n = v_0 \times q^n$$

Exemple :

- *Suite géométrique de terme initial $u_0 = 1$ et de raison 1,05 :*
  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n \times 1,05 \end{cases}$ $\boxed{u_n = 1 \times 1,05^n}$
- *Suite géométrique de terme initial $u_0 = 500$ et de raison $0;95$:*
  $\begin{cases} u_0 = 500 \\ u_{n+1} = u_n \times 0,95 \end{cases}$ $\boxed{u_n = 500 \times 0,95^n}$

Remarque : (*Suites géométriques et variations en pourcentages*)

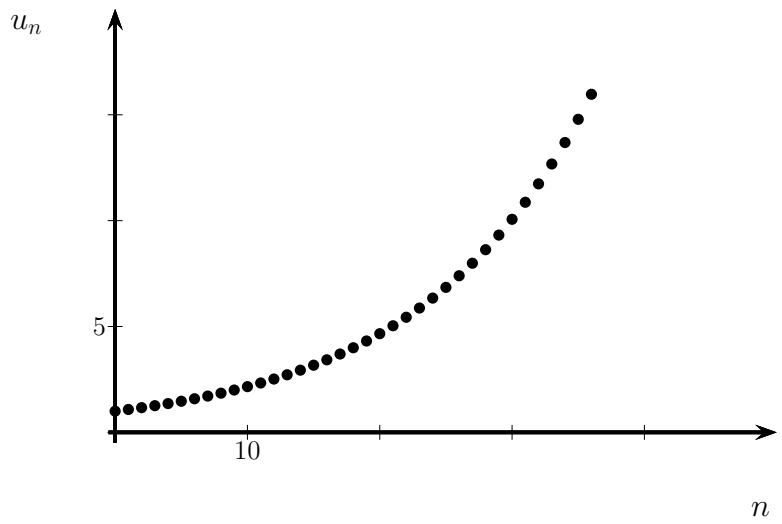
Une variation de p % correspond à une multiplication par $\left(1+\dfrac{p}{100}\right)$ (avec éventuellement p négatif).

Donc, par exemple :

- *si une quantité augmente régulièrement de 5 %, on doit reconnaître une suite géométrique de raison 1,05*
- *si une quantité diminue régulièrement de 11 %, on doit reconnaître une suite géométrique de raison 0,89*

Propriété 8 (Représentation dans un graphique)

Les termes d'une suite géométrique sont représentés dans un graphique par des points non-alignés, on parle de croissance exponentielle.



3) Sommes de termes

À la calculatrice

Méthode 9

- Suites arithmétiques : Voir la fiche du site de l'IREM de Lyon :
  `http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/300_graph35_.pdf`
- Suites géométriques : Voir la fiche sur le même site :
  `http://math.univ-lyon1.fr/irem/IMG/pdf/301_graph35_.pdf`

Exemple :

Avec une CASIO Graph 35+E,

Pour la suite définie pour tout n par $\boxed{u_n = 80n + 100}$,

la somme $u_0 + u_1 + \cdots + u_{25}$ se calcule en entrant :

« *Sum Seq (80N+100 , N , 0 , 25 , 1)* »

(résultat : 28 600)

À l'aide d'un tableur

Méthode 10 (suites arithmétiques)

On considère la suite $\begin{cases} u_0 = 100 \\ u_{n+1} = u_n + 80 \end{cases}$ Expression en fonction de n : $\boxed{u_n = 80n + 100}$)

	A	B	C
1	n	u_n	Somme
2	0	100	100
3	1	180	280
4	2	260	540
5	3	340	880
6	...	...	...

- Dans la cellule B3, on entre une des formules :
  « $= B2 + 80$ » ou « $= 100 + 80 * A3$ »
- Dans la cellule C3 on entre la formule « $= C2 + B3$ »

Puis on étire la sélection vers le bas.

Méthode 11 (suites géométriques)

On considère la suite $\begin{cases} u_0 = 500 \\ u_{n+1} = u_n \times 0,95 \end{cases}$ Expression en fonction de n : $\boxed{u_n = 500 \times 0,95^n}$)

	A	B	C
1	n	u_n	Somme
2	0	500	500
3	1	475	975
4	2	451,25	1 426,25
5	3	428,69	854,94
6	...	...	...

- Dans la cellule B3, on entre une des formules :
  « $= B2 * 0,95$ » ou « $= 500 * 0,95\hat{}A3$ »
- Dans la cellule C3 on entre la formule « $= C2 + B3$ »

Puis on étire la sélection vers le bas.