Fonctions exponentielles

I- Les fonctions exponentielles

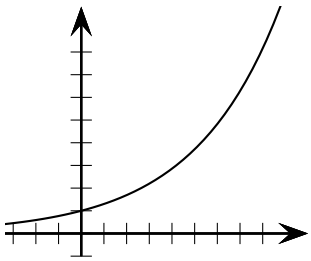
Définition 1

Une fonction exponentielle de base a : $x \longmapsto a^x$ est le prolongement des suites géométriques de raison a pour l'ensemble des nombres réels.

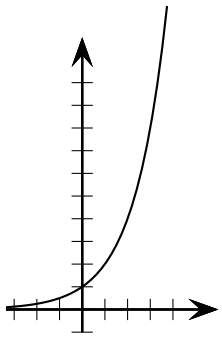
Exemple : (*Table de valeurs de la fonction* $x \longmapsto 1,8^x$)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$1,8^x$	0,17	0,31	0,56	1	1,8	3,24	5,83	10,5	18,90	34,01	61,22

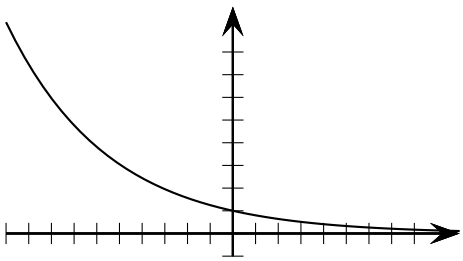
Exemples : (*Représentations graphiques*)



$x \longmapsto 1,3^x$



$x \longmapsto 2^x$



$x \longmapsto 0,8^x$

Propriété 2 (Signe)

Pour tout a strictement positif, la fonction exponentielle de base a est positive.

Propriété 3 (Variations)

Une fonction exponentielle de base a est :

- croissante si $a > 1$
- décroissante si $0 < a < 1$

Propriété 4

Pour tout a positif, et pour tous nombres réels x et y :

$$a^1 = a \qquad\qquad a^{x+y} = a^x \times a^y$$

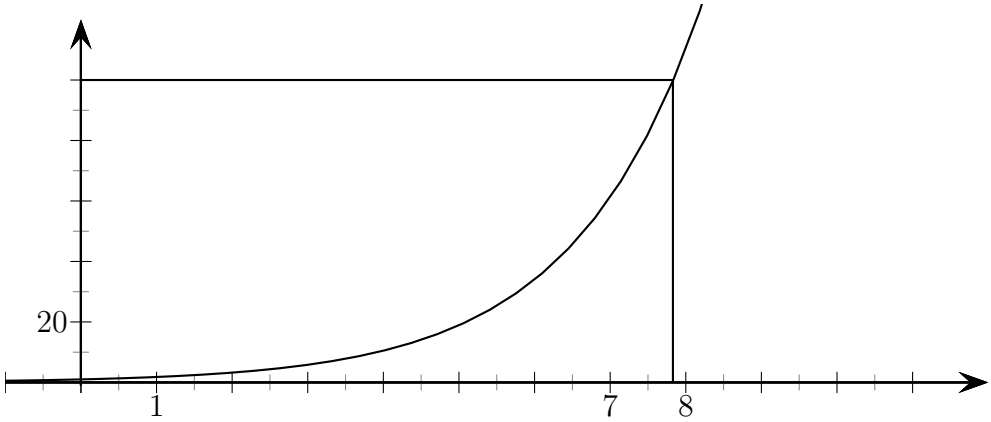
Remarque :

Soient m et n deux entiers :

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$$

II- Résolution d'équations et d'inéquations : la fonction logarithme décimal

On veut résoudre l'équation $1,8^x = 100$



Graphiquement, on trouve $7,5 < x < 8$

Définition 5

Soit x un nombre réel. La solution de l'équation $10^x = b$ est appelé **logarithme décimal** de b, noté $\log b$.

Propriété 6 (équations $a^x = b$)

Pour tous a et b positifs et pour tout nombre réel x, la solution de l'équation $a^x = b$ est le nombre

$$x = \frac{\log b}{\log a}$$

Exemple :

Dans l'exemple précédent, la solution de $1,8^x = 100$ *est* $x = \dfrac{\log 100}{\log 1,8} \approx 7,8348$