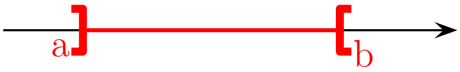
# Inéquations

## I- Intervalles

- Intervalle : $[a\,;\,b]$

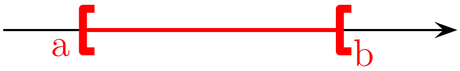

**Les nombres $x$ en rouge vérifient** $a \leq x \leq b$

- $]a\,;\,b[$




$a < x < b$

- $[a\,;\,b[$




$a \leq x < b$

- $]a\,;\,b]$


$a < x \leq b$

- $[a\,;\,+\infty[$


$a \leq x$

- $]a\,;\,+\infty[$


$a < x$

- $]-\infty\,;\,b]$


$x \leq b$

- $[-\infty\,;\,b[$

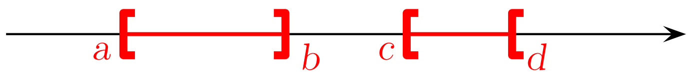

$x < b$

**Propriété 1** (Réunion d'intervalles)

Si $x$ peut appartenir à deux intervalles $I_1$ OU $I_2$, alors on écrit $x \in I_1 \cup I_2$

**Exemple :**

$[a\,;\,b] \cup [c;d[$




# II- Résolution graphique

## 1) Résolution de l'inéquation $f(x) < k$

**Méthode 2**

Les solutions de l'équation $f(x) < k$ sont les abscisses des points de la courbe situés sous la droite d'équation $y = k$.

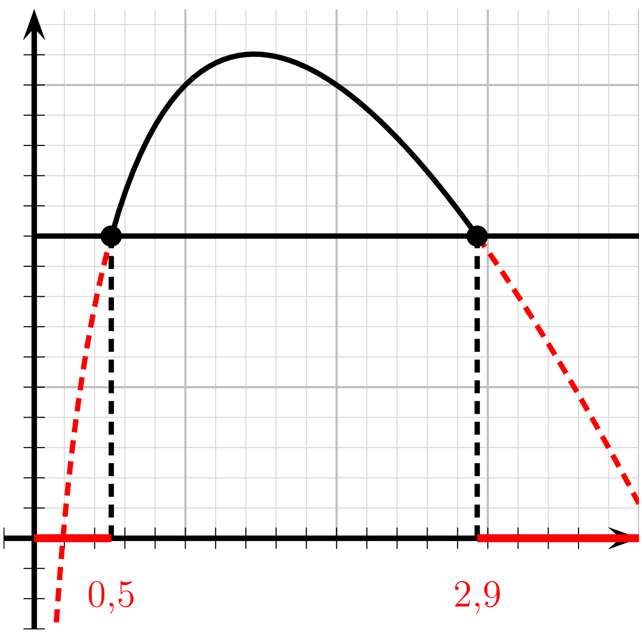
**Remarque :**

*Ici encore, les solutions se lisent sur l'axe des abscisses.*

**Remarque :**

*Dans l'exemple suivant, sur l'intervalle* $[0;+\infty[$*, l'équation* $f(x) < 2$ *a pour ensemble solution*

$$\mathscr{S} = [0;0,5[ \quad \cup \quad ]2,9;+\infty].$$



### 2) Résolution de l'inéquation $f(x) < g(x)$

**Méthode 3**

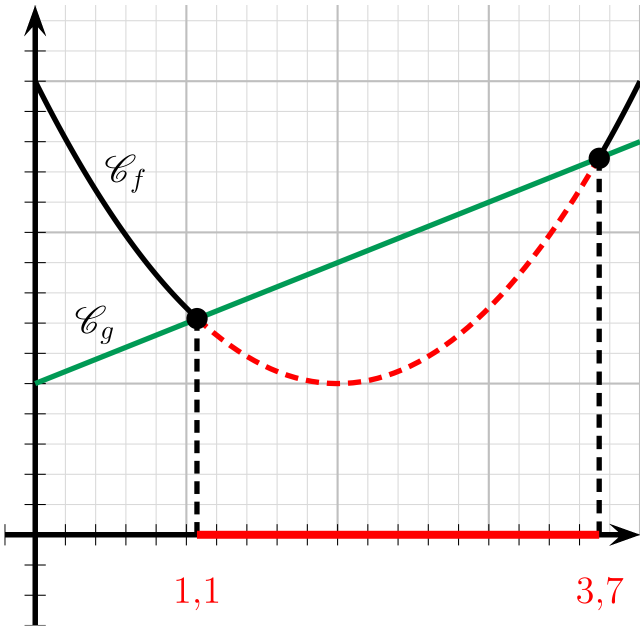
Les solutions de l'équation $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe de $f$ situés sous ceux de la courbe de $g$.

**Remarque :**

*Ici encore, les solutions se lisent sur l'axe des abscisses.*

**Remarque :**

*Dans l'exemple suivant, l'équation $f(x) < g(x)$ a pour ensemble solution $\mathscr{S} = ]1,1;3,7[$.*




## III- Résolution algébrique

### 1) Inéquations du premier degré

**Méthode 4** (Rappel de $3^{ème}$)

On résout les inéquations comme les équations sauf lorsqu'il s'agit de multiplier ou diviser par un nombre négatif.

Dans ce cas, on inverse l'ordre (les signes $<$, $>$, $\leq$ et $\geq$)

### 2) Inéquations produits

**Méthode 5** (Le tableau de signes)

- Étape n°1 : On détermine le signe de chaque facteur.
- Étape n°2 : On dresse un tableau de signes et on applique la règle des signes.

**Exemple :**

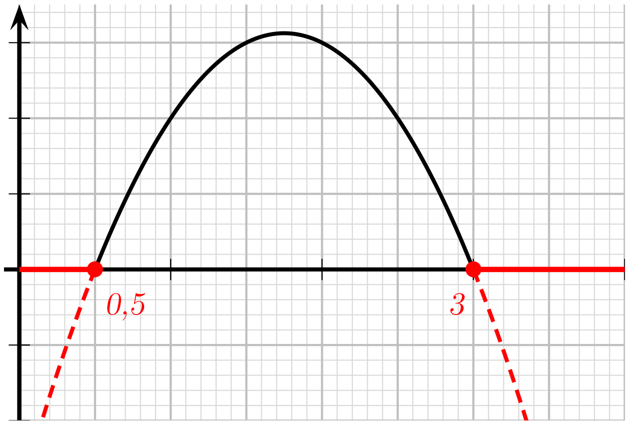
*Résolution de l'inéquation $(3-x)(2x-1) \leq 0$ :*

- *Étape n°1 :*
  - *$3-x$ est positif lorsque $x$ est inférieur à 3, et négatif lorsque $x$ est supérieur à 3.*
  - *$2x-1$ est négatif lorsque $x$ est inférieur à 0,5, et positif lorsque $x$ est supérieur à 0,5.*
- *Étape n°2 : On dresse le tableau de signes :*

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $2x-1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(3-x)(2x-1)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

*Finalement, on obtient* $\boxed{\mathscr{S} = ]-\infty; 0,5] \cup [3; +\infty[}$

*Vérification graphique :*




**Propriété 6**

Cette méthode de résolution fonctionne aussi pour les quotients.

**Remarque :**

*Dans le cas du quotient, attention aux "valeurs interdites" qui annulent le dénominateur (double barre dans la dernière ligne)*