

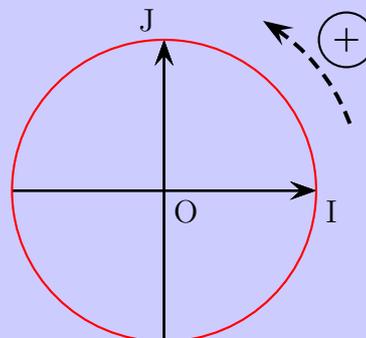
Trigonométrie

I- La droite des réels et le cercle trigonométrique

1) Enroulement de la droite des réels

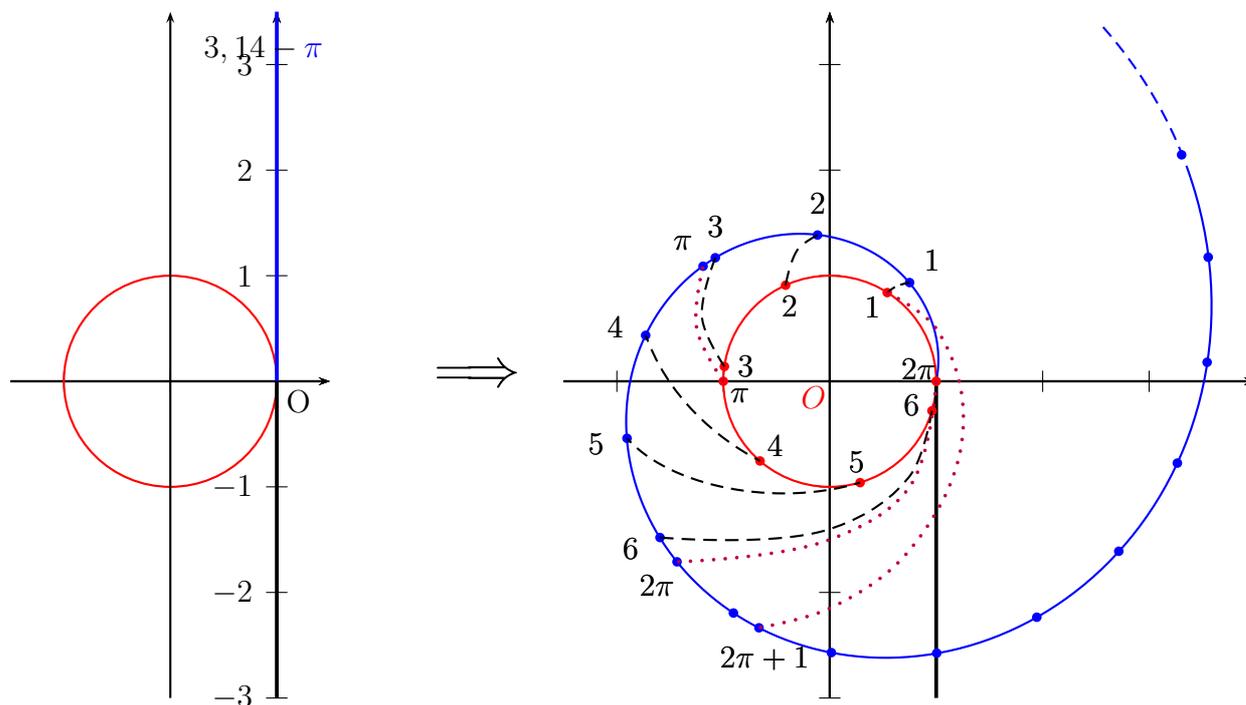
Définition 1

On appelle cercle trigonométrique le cercle de centre O et de rayon 1, orienté dans le sens positif (le sens inverse des aiguilles d'une montre) et doté d'un repère orthonormé (O, I, J) .



On trace un axe gradué perpendiculaire à l'axe des abscisses en I .

Alors à toute abscisse x de l'axe on fait correspondre un point M du cercle. On dit qu'on enroule la droite des réels sur le cercle.



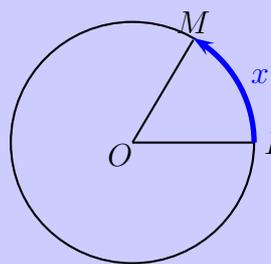
Remarques :

Le cercle trigonométrique a pour périmètre 2π , donc :

- l'abscisse π va s'associer à une longueur d'un demi-cercle.
- le nombre 2π va s'enrouler au même endroit que l'abscisse O ,
- De même, aux abscisses $0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots, k \times 2\pi, \dots$ vont s'enrouler au même endroit du cercle.

Définition 2

À tout nombre réel x correspond un point M du cercle.
On dit que le point M est associé au réel x .



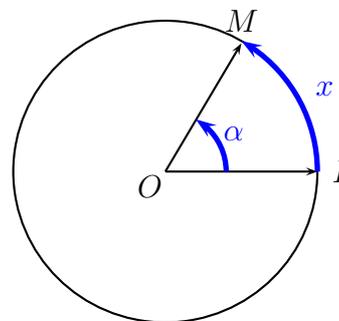
II- cosinus et cercle trigonométrique

1) Angle associé

Propriété 3

A tout point $M(x)$ du cercle trigonométrique correspond aussi un angle \widehat{IOM} .

angle $\widehat{IOM} (\alpha)$	0	180	90	360	30	...
longueur d'arc (x)	0	π	$\frac{\pi}{2}$	2π	$\frac{\pi}{6}$...



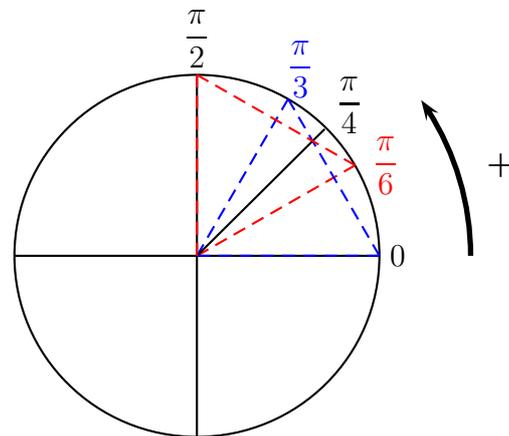
Remarque :

L'angle $\widehat{IOM}(x)$ et la longueur d'arc $\widehat{IM}(\alpha)$ sont proportionnels.

Comme le rayon du cercle vaut 1 unité, le coefficient de proportionnalité vaut $\frac{\pi}{180}$

2) Valeurs particulières

angle en degrés	0	30	45	60
longueur d'arc	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$



Les triangles en pointillés sont équilatéraux

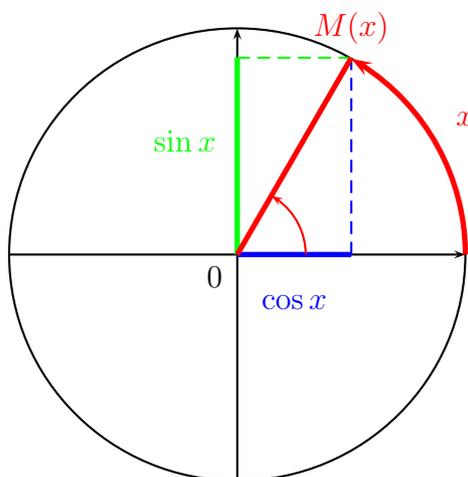
Définition 4

Soit x un nombre réel et M le point associé à x sur le cercle trigonométrique.

On appelle :

- cosinus de x , noté $\cos x$ l'abscisse du point M
- et sinus du réel x , noté $\sin x$, l'ordonnée du point M .

On définit ainsi le sinus et le cosinus de n'importe quel nombre réel :



Propriété 5

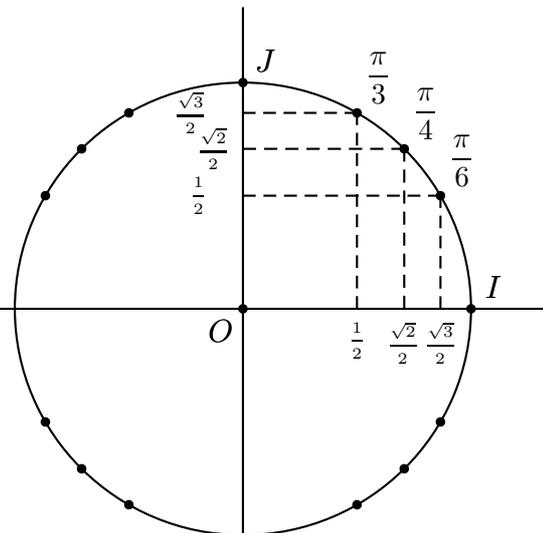
Pour tout nombre réel x ,

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad ; \quad -1 \leq \sin(x) \leq 1 \quad ; \quad \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

3) Valeurs particulières

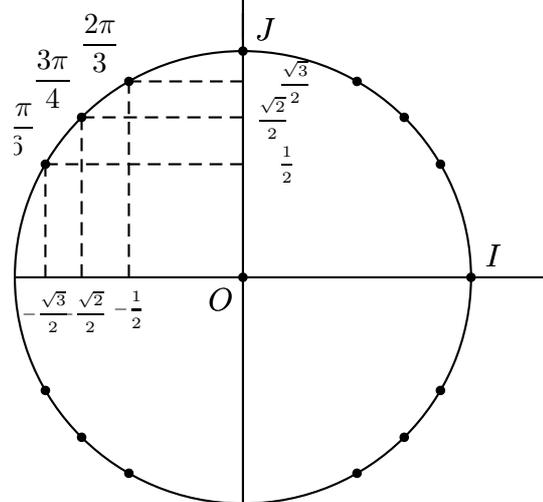
Premier quart :

Angle x en radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Second quart

Angle x en radians	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos x$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0



Et de la même manière pour les deux quarts suivants...